



Частное учреждение высшего образования

ИНСТИТУТ ГОСУДАРСТВЕННОГО АДМИНИСТРИРОВАНИЯ

ФАКУЛЬТЕТ ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ

**КАФЕДРА
СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫХ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИС-
ЦИПЛИН**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

П.Н. Рузанов

« 28 » августа 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

по направлению подготовки 38.03.01

«Экономика»

**Профиль подготовки: «Финансы и кредит»
уровень бакалавриата, квалификация – бакалавр**

Москва 2023 г.

Направление подготовки	38.03.01 ЭКОНОМИКА <hr/> (код и наименование направления подготовки)
Профиль подготовки	Финансы и кредит <hr/> (наименование профиля подготовки)
Квалификация выпускника	бакалавр <hr/>
Форма обучения	очная/заочная <hr/>

Рабочая программа по дисциплине «**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**» составлена на основании требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования к минимуму содержания и уровню подготовки бакалавра для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 «Экономика»** (Приказ МОН № 1327 от 12.11.2015 г.)

СОСТАВИТЕЛЬ

Кандидат физико-математических наук

Рыбаков Владимир Васильевич

Содержание рабочей программы учебной дисциплины

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы ...	5
3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	7
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	11
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	15
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	20
8. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)	
9. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы	
10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	21

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Целью изучения дисциплины линейная алгебра студентами, обучающимися по направлению экономика, является овладение системой базовых знаний по теории и прикладным методам линейной алгебры, которые создают основу для изучения смежных математических дисциплин и дисциплин профессионального цикла, формирование современного стиля научного мышления на примерах формализации, анализа и исследования прикладных задач средствами линейной алгебры, формирование представления о роли и месте линейной алгебры среди других разделов математики.

Для достижения целей преподавания дисциплины предполагается выполнение следующих **задач**:

- сформировать базовые знания по линейной алгебре на единой основе – методе Гаусса решения систем линейных уравнений, освоить вычисление ранга матрицы, величины определителя, обратной матрицы, определение знака квадратичной формы указанным методом;
- ознакомить студентов с применением методов линейной алгебры в приложениях;
- способствовать развитию у студентов вычислительных навыков, уяснению места и роли методов линейной алгебры в процессе решения задач прикладного характера численными методами.

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими навыками по дисциплине «Линейная алгебра»:

Знать: основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;

Уметь: применять методы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;

Владеть: навыками применения современного математического инструментария, в том числе линейной алгебры, для решения экономических задач.

Коды компетенций	Содержание компетенций	Степень реализации компетенций
ОК-3 ПК-4 ПК-5	Указано в учебном плане	Компетенции реализуются полностью

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в раздел Б1.Б.8 и является базовой в подготовке экономиста.

Освоение дисциплины должно опираться на знания и умения, приобретенные в процессе изучения школьного курса математики на уровне, определяемом федеральным государственным стандартом среднего (полного) общего образования.

Знания, полученные в курсе «Линейная алгебра», необходимы для изучения следующих дисциплин:

- Математический анализ.
- Эконометрика.
- Теория принятия оптимальных решений
- Моделирование экономики.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины для очной и заочной форм обучения составляет 7 зачетных единицы, 252 академических часа.

3.1. Объём дисциплины (модуля) по видам учебных занятий (в часах), очная форма обучения

Вид работы	Трудоемкость	
	Академические часы	Зачетные единицы
Общая трудоемкость	108	7
Аудиторная работа, всего:	120	

Лекции	60	
Практические занятия/семинары, в том числе:	60	
Самостоятельная работа, всего:	105	
Самоподготовка (<i>самостоятельное изучение лекционного материала и материала учебников, подготовка к практическим занятиям текущему</i>	105	
Контроль (экзамен)	27	
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	

3.2. Объём дисциплины (модуля) по видам учебных занятий (в часах), заочная форма обучения

Вид работы	Трудоемкость	
	Академические часы	Зачетные единицы
Общая трудоемкость	252	7
Аудиторная работа, всего:	24	
Лекции	12	
Практические занятия/семинары, в том числе:	12	
Самостоятельная работа, всего:	219	
Самоподготовка (<i>самостоятельное изучение лекционного материала и материала учебников, подготовка к практическим занятиям текущему</i>	219	
Контроль (экзамен)	9	
Вид промежуточной аттестации (зачет/экзамен)	Экзамен	

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

№ пп	Наименование разделов и тем		Аудиторные занятия	

		Всего ча- сов	лекции	практиче-	
	Очная форма				
1	Тема 1. Линейные операции с матрицами.	25	6	6	13
2	Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	25	6	6	13
3	Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	25	6	6	13
4	Тема 4. Подпространства ЛВП.	25	6	6	13
5	Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	25	6	6	13
6	Тема 6. Евклидово пространство.	25	6	6	13
7	Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	25	8	8	9
8	Тема 8. Линейные операторы.	25	8	8	9
9	Тема 9. Квадратичные формы.	25	8	8	9
	Контроль (экзамен)	27			
8	Итого:	252	60	60	105

№ пп	Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудитор- ные за- нятия		Самостоятельная работа
			лекции	практиче-	
	Заочная форма				
1	Тема 1. Линейные операции с матрицами.	26	1	1	24
2	Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	26	1	1	24

3	Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	28	2	2	24
4	Тема 4. Подпространства ЛВП.	27	1	2	24
5	Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	27	1	2	24
6	Тема 6. Евклидово пространство.	27	2	1	24
7	Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	27	2	1	24
8	Тема 8. Линейные операторы.	26	1	1	24
9	Тема 9. Квадратичные формы.	29	1	1	27
	Контроль (экзамен)	9			
8	Итого:	252	12	12	219

4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам).

Тема 1. Линейные операции с матрицами.

Операции сложения, вычитания матриц согласованных размеров. Умножение матриц на скаляр. Операция транспонирования матриц.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Умножение матриц на столбец.
2. Умножение матриц согласованных размеров.
3. Свойства операций с матрицами (ассоциативность, коммутативность/некоммутативность умножения матриц)

Цели обсуждения: Изучить правила вычислений с матрицами согласованных размеров. Овладеть навыками проведения вычислений с матрицами.

Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).

Формы записи СЛУ. Понятие совместной и несовместной СЛУ. Метод Гаусса-Жордана решения СЛУ. Три случая решений СЛУ: единственное решение, отсутствие решений, решение, зависящее от параметров.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Элементарные операции метода Гаусса-Жордана.
2. Столбцовая запись общего решения в случае, когда решение зависит от параметров.

Цели обсуждения: Изучить правила вычислений по методу Гаусса-Жордана. Овладеть навыками решения СЛУ в трёх, рассмотренных случаях. Распознавать СЛУ на принадлежность её к одному из трёх случаев.

Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).

Определение ЛВП. Примеры ЛВП. Линейная зависимость/линейная независимость векторов. Базис ЛВП, размерность.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Задачи на линейную зависимость/линейную независимость векторов.
2. Разложение вектора по базису.
3. Свойства разложения вектора по базису.

Цели обсуждения: Овладеть методом проверки свойств операций с элементами множества на предмет установления является ли оно ЛВП. Овладеть методом разложения вектора по базису.

Тема 4. Подпространства ЛВП.

Определение подпространства, линейной оболочки, линейного многообразия. Уравнение прямой, плоскости, гиперплоскости. Представление общего решения СЛУ в виде суммы частного решения неоднородной СЛУ и общего решения однородной СЛУ.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Задачи на понятия подпространства, линейной оболочки, линейного многообразия.
2. Уравнение прямой, плоскости, гиперплоскости.
3. Представление общего решения СЛУ в виде суммы частного решения неоднородной СЛУ и общего решения однородной СЛУ.

Цели обсуждения: Изучить линейные объекты в n – мерном пространстве. Рассмотреть различные ситуации взаимного расположения линейных объектов в n – мерном пространстве.

Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли..

Понятие ранга матрицы. Установление совместности/несовместности СЛУ с помощью теоремы Кронекера-Капелли.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Метод Гаусса для вычисления ранга матрицы.
2. Задачи на проверку существования/несуществования решения СЛУ.

Цели обсуждения: Овладеть методом проверки существования/отсутствия решения СЛУ с помощью теоремы Кронекера-Капелли.

Тема 6. Евклидово пространство.

Определение евклидова пространства. Скалярное произведение векторов. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональный и ортонормированный базис. Теорема Пифагора.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Проектирование вектора на подпространство.

2. Решение несовместных СЛУ. Геометрия метода наименьших квадратов.

Цели обсуждения: Овладеть методом проектирования вектором на подпространство. Изучить геометрический смысл метода наименьших квадратов при решении несовместных СЛУ.

Тема 7. Определители. Формулы Крамера

Определение определителя матрицы. Определение обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Формула обратной матрицы и с использованием понятий определителя, минора и алгебраических дополнений матрицы. Формулы Крамера для решения СЛУ.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Сравнение методов вычисления обратной матрицы методами Гаусса-Жордана и с помощью алгебраических дополнений.
2. Вычисление определителя матрицы методом Гаусса и разложением по строке/столбу матрицы с использованием свойств определителей.
3. Решение СЛУ по формулам Крамера.

Цели обсуждения: Оценить вычислительную сложность при применении метода Гаусса-Жордана и методов, связанных с использованием определителей для решения СЛУ с квадратными матрицами. Овладеть изученными методами решения СЛУ.

Тема 8. Линейные операторы

Определение и примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные числа матрицы линейного оператора.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Вычисление матрицы линейного оператора в заданной паре базисов.
2. Алгоритм решения задачи поиска собственных значений и собственных векторов линейного оператора.

Цели обсуждения: Овладеть методом нахождения собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.

Тема 9. Квадратичные формы (КФ).

Определение КФ. Матрица КФ. Примеры построения симметричной матрицы КФ. Метод Лагранжа приведения КФ к каноническому виду. Понятие о знаке КФ. Критерий Сильвестра определения положительности/отрицательности КФ.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Построение симметричной матрицы КФ.
2. Применение метода Лагранжа для приведения КФ к каноническому виду.

3. Применение критерия Сильвестра для определения знака КФ.

Цели обсуждения: Овладение методом построения матрицы КФ, методом Лагранжа приведения КФ к каноническому виду, критерием Сильвестра для определения знака КФ.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

Самостоятельная работа студентов является важной составной частью учебной работы и имеет целью закрепления и углубления полученных знаний и навыков. Она состоит из непрерывной работы студентов по самостоятельному изучению отдельных тем курса и выполнению текущих контрольных работ, которые имеют целью развитие и закрепления навыков решения задач линейной алгебры.

Для самостоятельного изучения теоретического материала рекомендуется использовать лекции и литературу, указанную в разделе 8. На каждом практическом занятии даётся домашнее задание, которое требуется выполнять к следующему занятию (в том числе и к следующей лекции). Это способствует своевременному освоению, как теоретического материала, так и освоению практических методов решения задач. Часть теоретического материала, также, как и домашнее задание, высылается на электронную почту группы. Многие задачи рекомендуется решать из задачника [9], рекомендованного УМО в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений.

№ пп	Наименование разделов и тем	Форма самостоятельной работы	Сроки предоставления работ
1	Тема 1. Линейные операции с матрицами.	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию

2	Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию
3	Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию
4	Тема 4. Подпространства ЛВП.	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию
5	Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию
6	Тема 6. Евклидово пространство.	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию

7	Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию
8	Тема 8. Линейные операторы.	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию
9	Тема 9. Квадратичные формы.	Проработка лекционного курса. Самостоятельное освоение теоретического материала по предлагаемой литературе, выполнение домашних заданий, закрепляющих основные понятия данной темы.	К очередному лекционному и практическому занятию

Примеры типовых задач для самопроверки

Задачи к теме № 1.

1.2. Вычислить произведение матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1.3. Пусть заданы матрицы: $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 5 & -10 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \end{pmatrix}$,

O – матрица размера $[3 \times 3]$ с нулевыми элементами.

Проверить, что $AB = O$, $BA = -B$.

Задачи к теме № 2.

Методом Гаусса-Жордана решить следующие СЛУ, выписать общее решение СЛУ, выяснить от скольких параметров зависит решение.

2.16.

2.17.

Задачи к теме № 3.

3.2. Определить, какое из перечисленных ниже множеств является линейным векторным пространством:

- а) множество L_1 матриц размера $[2 \times 2]$, все компоненты которых суть целые числа;
- б) множество L_2 матриц размера $[2 \times 2]$, у которых второй столбец равен первому, умноженному на 7.

Предполагается, что линейные операции с элементами этих множеств заданы как операции с матрицами (поэлементно).

Выяснить, являются системы векторов линейно зависимыми или линейно независимыми

3.3. $a = 0$.

3.4. $a \neq 0$.

3.5. $a, b, 0, c$.

3.6. $a, b, 7a, c$.

3.7. $a^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, a^2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, a^3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Задачи к теме № 4.

1. Доказать, что столбцы $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ являются базисом в пространстве R^2 . Вычислить линейную комбинацию $v = \alpha a + \beta b$ при $\alpha = 2, \beta = 3$.
2. Разложить вектор $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ по базису a, b .
3. На клетчатой бумаге нарисовать чертежи, соответствующие задачам 1, 2.

4.13. Доказать, что система векторов

$$u^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, u^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, u^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, u^4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

является базисом в пространстве $M_{[2 \times 2]}$. Найти координаты вектора

$v = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ в этом базисе.

Задачи к теме № 6.

8.23. Вычислить скалярное произведение вектора $b = (-1, 1, 4, 0)^T$ и его проекции p на подпространство

$$L = \text{Lin}[a^1, a^2], \quad a^1 = (1, 0, 2, 0)^T, \quad a^2 = (0, 1, 1, -1)^T.$$

8.25. Вычислить угол между вектором $b = (4, 2, 2, 0)^T$ и подпространством $L = \text{Lin}[a^1, a^2]$, $a^1 = (1, -1, 2, 0)^T$, $a^2 = (0, 2, 1, -1)^T$.

8.34. Решить несовместную СЛУ $Ax = b$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Задачи к теме № 8.

Найти собственные числа и собственные векторы линейных операторов, заданных матрицами.

$$\mathbf{10.25.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{10.27.} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Согласно «Положению об академическом рейтинге обучающихся», утверждённого приказом ректора ОГУ, основой для определения рейтинга обучающегося являются интегральные рейтинговые показатели учёбы студента за семестр и за учебный год, которые, в частности, складываются из рейтинговых показателей по каждой учебной дисциплине. Эти показатели разнесены по трём блокам: оценки успеваемости обучающегося по дисциплине в течение семестра (**Блок 1**), по итогам экзаменационной сессии (**Блок 2**) и оценки социальных характеристик обучающегося (**Блок 3**). Последний формируется Деканатом.

Соответствие оценок пятибалльной шкалы рейтинговым и европейским оценкам представлено в таблице 1: от 90% до 100% - «Отлично», от 75 до 89% – «Хорошо», от 60 до 74% – «Удовлетворительно», менее 60% – «Неудовлетворительно».

Таблица 1

Шкала соответствия оценок

Оценка по пятибалльной шкале	Рейтинговая оценка, %	Европейская оценка
«Отлично» (5)	90-100 %	A
«Хорошо» (4)	82-89 %	B
	75-81 %	C
«Удовлетворительно» (3)	67-74 %	D
	60-66 %	E
«Неудовлетворительно» (2)	Менее 60 %	F

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется при помощи трёх контрольных проверок (срезов) в **6-ю, 12-ю и 15/16-ю** недели семестра.

1-й контрольный срез знаний по дисциплине «Линейная алгебра» проводится в виде контрольной работы № 1, которая оценивается из 60 баллов. Каждый студент пишет свой вариант контрольной работы. Работа на лекциях и семинарах оценивается в 40 баллов. Таким образом максимальная оценка за 1-й срез знаний равна 100 баллам (или в (%)).

Эта оценка заносится в «Ведомость оценки успеваемости обучающихся в течение семестра».

2-ой и 3-ий контрольные срезы знаний проводятся и оцениваются аналогично первому срезу знаний.

Результирующей оценкой по дисциплине (по Блоку 1) является **средняя оценка**, полученная обучающимся по итогам всех форм контроля в течение всего семестра.

Преподаватель в обязательном порядке информирует обучающихся о критериях оценки успеваемости по дисциплине и индивидуально каждого студента о результатах контрольных срезов, о достигнутом уровне успеваемости (в %) по дисциплине по каждому срезу в отдельности.

Рейтинговая система предусматривает поощрение обучающихся за участие в научной работе или особые успехи в изучении дисциплины. Преподаватель может самостоятельно принимать решения о поощрении обучающихся дополнительными рейтинговыми баллами за подготовку доклада и выступление на научном семинаре, кружке или конференции, опубликовании научной работы и прочие достижения.

Примеры типовых вариантов контрольных работ

1-й контрольный срез знаний

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Линейная алгебра

Вариант 1

1. [30(20) баллов]. Дана матрица $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. На какую матрицу следует

умножить эту матрицу справа, чтобы получить матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$?

2. [20(15) баллов]. Выяснить, является ли система векторов линейно зависимой или линейно независимой

$$a^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a^2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad a^3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. [10(0) баллов]. Пусть векторы a и b - линейно независимы. Доказать, что векторы $c = a + 2b$, $d = 3a - b$ также являются линейно независимыми.

Замечание. Если решение задач не сопровождается письменными объяснениями хода рассуждений, то оценка решение задачи снижается до величины, указанной в круглых скобках.

2-й контрольный срез знаний

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Линейная алгебра

Вариант 3

1. [20(10) баллов]. Записать решение неоднородной СЛУ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 = 2, \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

в виде суммы некоторого частного решения x^0 ($Ax^0 = b$) неоднородной СЛУ $Ax = b$ и общего решения однородной СЛУ $Ay = 0$. Чему равна размерность многообразия, описывающего общее решение неоднородной СЛУ?

2. [20(10) баллов]. Решить СЛУ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ 2x_1 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_3 = 3. \end{cases}$

по формуле $x = A^{-1} b$. Предварительно вычислить обратную матрицу.

3. [20(10) баллов]. Найти t , при котором $rk A(t) = \max$.

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & t+4 & 3 \\ 1 & t+3 & t+2 \end{pmatrix}.$$

О порядке подведения итогов экзаменационной сессии

Информирование обучающихся о порядке и правилах проведения экзамена по дисциплине и критериях выставления оценок за все промежуточные виды контроля знаний осуществляется преподавателем в начале семестра.

Все результаты контроля успеваемости обучающихся отражаются в журналах учета посещаемости и успеваемости. На основе оценок, занесенных в журналы учета посещаемости и успеваемости, преподаватели выставляют итоговые оценки по дисциплине, заполняют соответствующие ведомости и зачетные книжки студентов.

В ведомостях по итогам экзамена выставляется оценка по 5-ти балльной шкале, рейтинговая оценка, оценка по системе ECTS.

Например:

4	B	82
5	A	95
2	F	40

В зачетных книжках по итогам экзамена выставляется оценка по 5-ти балльной шкале, рейтинговая оценка, оценка по системе ECTS. Например:

хорошо (82/B)
или
отлично (95/A)

Рейтинговым показателем по Блоку 2 является оценка, полученная обучающимся на экзамене или зачете. Ответ обучающегося на экзамене или зачете оценивается в % с учетом шкалы соответствия рейтинговых оценок оценкам пятибалльной шкалы (таблица 1).

При получении обучающимся на экзамене неудовлетворительной оценки в ведомость выставляется рейтинговая оценка в %% (менее 60 %), соответствующая его фактическому ответу.

При передаче экзамена или зачета применяется следующее правило при формировании рейтинговой оценки: 1-я передача – фактическая рейтинговая

оценка, полученная обучающимся за ответ, минус 10%; 2-я пересдача – фактическая рейтинговая оценка, полученная обучающимся за ответ, минус 20%.

Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине

«Линейная алгебра»

1. Линейные операции с матрицами. Правило умножения матрицы на столбец.
2. Свойства умножения матрицы на матрицу.
3. Причины некоммутативности умножения матриц (привести примеры).
4. Формула транспонирования произведения двух матриц.
5. Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных уравнений (СЛУ).
6. Критерий несовместности СЛУ в методе Гаусса-Жордана.
7. Понятие общего решения системы линейных уравнений. Привести пример столбцовой записи общего решения СЛУ.
8. Определение линейного векторного пространства. Примеры основных линейных пространств.
9. Определение линейной зависимости, линейной независимости векторов. Примеры.
10. Определение базиса линейного пространства. Координаты вектора относительно заданного базиса. Пример.
11. Теорема о единственности разложения вектора по базису.
12. Свойства базиса. Определение размерности пространства. Примеры определения размерностей основных линейных пространств.
13. Определение и свойства обратной матрицы. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.
14. Вычисления обратной матрицы с помощью метода Гаусса-Жордана. Пример.
15. Определение подпространства. Линейная оболочка. Линейное многообразие в линейном пространстве.
16. Прямая, плоскость, гиперплоскость в n -мерном пространстве.
17. Ранг матрицы. Теорема о ранге прямоугольной матрицы.
18. Вычисления ранга матрицы методом Гаусса.
19. Условие совместности СЛУ. Теорема Кронекера-Капелли.
20. Определение (формулы для вычисления) определителей 2-го, 3-го порядков.
21. Понятие минора и алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы. Примеры.
22. Определение определителя n -го порядка с помощью разложения определителя по строке (столбцу).

23. Свойства определителей.
24. Вычисления определителя методом Гаусса.
25. Формулы Крамера для решения СЛУ с квадратной матрицей.
26. Определение евклидова пространства. Свойства скалярного произведения векторов.
27. Определение, свойства нормы вектора и угла между двумя ненулевыми векторами евклидова пространства.
28. Неравенство Коши-Буняковского.
29. Ортогональный, ортонормированный базис. Теорема Пифагора в n -мерном евклидовом пространстве.
30. Задача о нахождении проекции точки на прямую в n -мерном евклидовом пространстве.
31. Задача о нахождении проекции точки на подпространство в n -мерном линейном евклидовом пространстве.
32. Определение обобщенного решения несовместной системы линейных уравнений. Метод наименьших квадратов.
33. Линейный оператор. Определение, свойства, примеры.
34. Матрица линейного оператора
35. Собственные числа и векторы линейного оператора.
36. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы, формула преобразования матрицы квадратичной формы в новых переменных.
37. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Формулировка закона инерции для квадратичной формы.
38. Определение знака квадратичной формы. Примеры.
39. Способы определения знака квадратичной формы.
40. Критерий Сильвестра положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.

Как готовиться к экзамену по линейной алгебре.

1. *Изучить конспект лекций.*
2. *Выучить наизусть все определения основных понятий линейной алгебры.*
3. *Выучить все доказательства теорем, которые приводились на лекциях.*
4. *Перечень основных понятий, формулировки теорем.*
5. *Повторить решения домашних.*

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Кремер Н.Ш., Фридман М.Н. Линейная алгебра. Учебник и практикум. М.: Юрайт, 2017 г., 307 с.
2. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: практикум. Учебное пособие / Е.Б. Малышева [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 135 с. — 978-5-7264-0825-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26858.html>

Дополнительная литература

1. Поддубная М.Л. Линейная алгебра. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / М.Л. Поддубная, Е.Г. Свердлова. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Вузовское образование, 2016. — 44 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58325.html>
2. Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.А. Березина. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Научная книга, 2012. — 126 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6293.html>

8. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть практических занятий планируется проводить в компьютерном классе с использованием компонентов Microsoft Office 2007, 2008, 2010: Word, Excel, Access, PowerPoint, Visio, 1С: Предприятие.

9. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «IPR» books
2. ЭБС Юрайт
3. Сайт издательства Экономическая школа (электронные версии учебников издательства в свободном доступе, экономический словарь, биографии экономистов и другие материалы) (<http://www.economicus.ru>)

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для организации самостоятельной подготовки обучающихся по дисциплине, им требуется обеспечить доступ к следующим электронным справочным ресурсам:

Библиотека: **Электронная библиотечная система <http://www.iprbookshop.ru>**

Материально-техническое обеспечение дисциплины

При реализации образовательной программы по направлению подготовки **38.03.01 «ЭКОНОМИКА»** необходимо использовать следующие компоненты материально-технической базы Института для изучения дисциплины Аудиторный фонд.

1. Материально-технический фонд.
2. Библиотечный фонд.

Аудиторный фонд Института предлагает обустроенные аудитории для проведения лекционных занятий, практических занятий. Они оснащены столами, стульями, досками, техническим оборудованием.

Материально-технический фонд Института располагает проведением лекционных и практических занятий.

Проведение лекций обеспечено наличием мультимедийного проектора, ноутбука, экрана для демонстраций, мультимедийных презентаций, разработанных в программе PowerPoint.

Материально-техническое обеспечение **практических /семинарских занятий** отображено в таблице.

Очная / Заочная форма обучения:

Оборудование
аудитория для семинарских
Для практических занятий: компьютерный класс
Для семинаров: аудитории или занятий, или читальный зал библиотеки, оборудованные учебной мебелью, компьютерами, имеющими выход в Интернет и необходимый комплект программного обеспечения, а также видеопроекторное оборудование для презентаций.

Библиотечный фонд Института обеспечивает доступ каждого обучающегося к базам данных, формируемым по полному перечню дисциплин. Во время самостоятельной подготовки обучающиеся обеспечены доступом к сети Интернет.

Библиотечный фонд укомплектован печатными и/или электронными изданиями основной и дополнительной учебной литературы, изданными за последние 5 лет.